

O. D ö h l e r : Theorie der Rollkreisschwingungen.

Bei der theoretischen Deutung der Magnetron-Schwingungen hat man versucht, durch zwei prinzipielle Vereinfachungen an das Problem heranzukommen.

- 1.) Man berechnet die Magnetronschwingung für den ebenen Fall ¹⁾. Die Röhre besteht aus zwei unendlich langen ausgedehnten parallelen Platten. Diese Betrachtungsweise bewährt sich besonders bei den Posthumus-Schwingungen sowie bei den neuen impulsgetasteten Magnetrons.
- 2.) Man berechnet das zylindrische Problem mit unendlich dünnem Glühfaden. Dieses Idealbild ist besonders bei dünner Kathode und bei Rollkreisschwingungen brauchbar.

Im folgenden soll eine Theorie des ungeschlitzten Magnetrons mit seinen verschiedenen Schwingungstypen gegeben werden. Die Untersuchungen wurden im wesentlichen von Dr. R a k e l m a n n durchgeführt. Auf mehrgeschlitzte Magnetrons lassen sich die Überlegungen sinngemäß übertragen und sind z.Teil auch schon veröffentlicht worden. ²⁾

Ausgangspunkt der Theorie sind die Elektronenbahnen. Die Bewegungsgleichungen eines Elektrons in einem reinen radialen elektrischen und in einem rein axialen magnetischen Feld lauten:

$$\ddot{r} - r\omega^2 = \frac{e}{m} (\varphi(r) - r\omega \dot{\varphi}) \quad (1)$$
$$r\dot{\omega} + 2r\dot{r}\omega = \frac{e}{m} \dot{\varphi} r.$$

Diese Gleichungen lassen sich integrieren, und man erhält

$$\dot{r}^2 + r^2 \omega^2 = \frac{2e}{m} \cdot \varphi(r) \quad (2)$$
$$\omega = \frac{e \dot{\varphi}}{2m} \quad ;$$

für $\varphi(r)$ kann man mit hinreichender Genauigkeit einen Potenzansatz machen, d.h.

1) z.B.F.Fischer u.F.Lüdi, Schweiz.Elekt.Verein.Bull.28 1937 2.277
2) J.Möller E.N.T. 17 (1940 S.31)
O.Döhler u.D.Lüders, Hochfrequenztechn.u.Elektroak.58 (1941 S.75)

$$\varphi(r) = U_A \cdot \left(\frac{r}{r_A}\right)^n ;$$

dann ergibt Gleichung (2)

$$W_A = \int_0^r \frac{r}{r_A} \frac{dz}{\sqrt{z^n - z^2}} ;$$

dabei ist r_A die Umkehrentfernung. Aus dieser Gleichung folgt zunächst, daß nur für Exponenten kleiner als zwei für das Potential eine Bewegung des Elektrons von der Kathode aus in Frage kommt.

Die Frage ist nun, welche Potentialverteilung in der Röhre vorhanden ist. Bei Magnetfeldern, die kleiner oder nahezu gleich dem kritischen sind; kann man bei Wolframfäden mit Raumladungsfreiheit rechnen, d.h. es gilt das logarithmische Potential. Ist die Kathode sehr dünn, dann liegt praktisch der gesamte Potentialabfall an der Kathode, man setzt dann im Raum

$$\varphi = U_A = \text{const.};$$

oberhalb der kritischen Feldstärke berechnet M ö l l e r ¹⁾ näherungsweise eine Potentialverteilung wie bei den raumladungsbegrenzten Röhren. D.h.

$$\varphi = U_A \left(\frac{r}{r_A}\right)^{2/3}$$

Für stark überkritische Magnetfelder entnimmt Z i e l e r ²⁾ aus den E n g b e r t schen ³⁾ - Messungen eine Potentialverteilung

$$\varphi = U_A \left(\frac{r}{r_A}\right)^2$$

Dieser Potentialansatz wurde übrigens bereits von H e r r i -

-
- 1) H.G.Möller Hochfrequenz u. Elektroak. 47 (1936) S.115
 - 2) E.Zieler " " 60 (1942) S.81
 - 3) Engbert " " 51 (1939) S.45
 - 4) R.Rompe u.M.Steenbeck, Ergeb.exakter Naturwissensch.Bd.18 S.2

ger und Hülster sowie von Gundlach zur Berechnung der Posthumusfrequenz gefordert. Das Problem ist nur, wie es zu solcher Potentialverteilung $\varphi \sim r^2$ kommt. Rechnet man aber z.B. zu dem Potentialansatz $\varphi \sim r U_3$, den man noch aus der Theorie der raumladungsbegrenzten Röhren verstehen kann, die Elektronendichte mit Hilfe der Poisson'schen Gleichung aus, dann kommt man bereits zu den sehr hohen Elektronendichten von $10^9 - 10^{12}$ pro cm^3 . Bei diesen hohen Dichten treten aber bereits die Mikrofelder der Elektronen in Erscheinung. Man darf dann nicht mehr mit einer verschmierten Raumladung rechnen, sondern muß die Coulombschen Abstoßungskräfte der Elektronen untereinander in Rechnung stellen. Die mittleren Feldstärken zwischen zwei Elektronen bei einer Dichte von 10^{12} pro cm^3 sind bereits in der Größenordnung von $10 - 100 \text{ V/cm}$. Die Verhältnisse liegen hier ähnlich wie beim Plasma in den Gasentladungen. Auch hier machen sich die Wechselwirkungen zwischen den Elektronen wesentlich bemerkbar und sind für die hohen Elektronentemperaturen in den Gasentladungen verantwortlich.⁴⁾ Die Schwierigkeiten für eine rechnerische Erfassung des Energieaustausches durch die Coulombfelder sind sehr groß und bisher noch nicht überwunden, denn die Stoßwahrscheinlichkeit nimmt zu mit dem Quadrat des Abstandes, die Coulombschen Kräfte nehmen ab mit dem Quadrat des Abstandes, so daß die auftretenden Integrale nicht konvergieren.

Wegen dieser Mikrofelder ist die Bahn eines Elektrons nicht mehr genau definiert, sondern statistisch verteilt, und die ganzen Überlegungen über Elektronenbahnen und Elektronenenergie sind sehr ungenau, besonders bei stark überkritischen Magnetfeldern. Hiermit kann man aber wenigstens qualitativ die Potentialverteilung $\varphi \sim r^2$ verstehen. Bei hohen Magnetfeldern haben die Elektronen einen kleinen Umkehradius. Geben sie jetzt durch Stoßenergie ab, dann können sie die Kathode nicht mehr erreichen und haben eine lange Aufenthaltsdauer im Kathoden - Anodenraum. Der wahrscheinlichste Zustand, der sich einstellt, ist dann der konstanter Dichte, denn, wäre an einem Ort die Dichte kleiner als in der Nachbarschaft, dann würde die mitt-

lere Aufenthaltsdauer der Elektronen an dieser Stelle sehr viel größer sein, weil die Stoßwahrscheinlichkeit kleiner ist, und damit die geringere Dichte wieder ausgleichen. Einer konstanten Dichte entspricht aber gerade eine quadratische Potentialverteilung.

Auf die Wirkung der Mikrofelder ist auch die Rückheizung im schwingungslosen Zustand zurückzuführen. H ü l s t e r, der als erster die Rückheizung systematisch untersuchte, führte sie auf die Ionisierung der Gasreste zurück. Rechnung und Messung ergeben aber, daß die Ionisierung viel zu gering ist. Durch Einführung einer Sonde in Kathodennähe konnte festgestellt werden, daß die Elektronen noch gegen eine negative Spannung von mehr als 300 V anlaufen können. Diese Energie müssen sie aus dem Gleichspannungsfeld über die Mikrofelder der Elektronen entnommen haben. Z.Zt. laufen systematische Messungen, um den Rückheizungseffekt quantitativ in Abhängigkeit von den Betriebsdaten festzustellen.

Mit Hilfe der Gleichung (4) und den verschiedenen Potentialansätzen können die Elektronenbahnen berechnet werden. Abb. 1 zeigt die Elektronenbahnen für verschiedene Exponentenⁿ der Potentialverteilung. Für $\varphi = const$ benötigen die Elektronenbahnen 180° , bis sie zur Kathode zurückkehren, für $\varphi \sim r^{2/3}$ 270° , $\varphi \sim r$ bereits 360° usw. Je größer die Raumladung wird, umso mehr Umläufe müssen sie um die Kathode machen und umso größer wird die Laufzeit der Elektronen. Bei $\varphi \sim r^2$ können die Elektronen die Kathode nicht verlassen. Bei sinnvollen Anfangsbedingungen findet man, daß die Elektronen Kreise um die Kathode beschreiben mit der Winkelgeschwindigkeit, die gleich der Posthumus'schen Kreisfrequenz ist. Dieser Kreisbahn ist eine Rollkreisbewegung mit der Frequenz $\omega = \frac{eH}{m}$ überlagert.

Man hat danach zwei vollkommen verschiedene Elektronenbahnen und damit auch verschiedene Schwingungstypen.

1.) Bei $\varphi \gg \varphi_{\text{Krit}}$ d.h. $\varphi \sim r^2$ die Posthumus-Schwingung, dabei nutzt man die Tangentialbewegung der Elektronen aus. Das

geht nur bei geschlitzten Magnetrons.

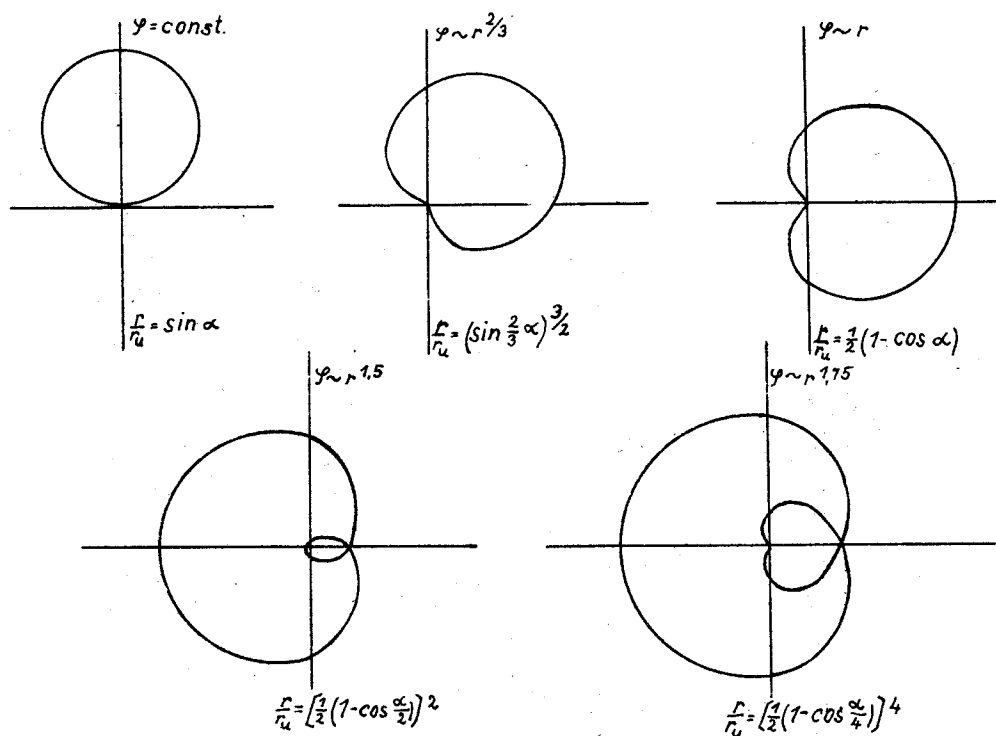


Abb. 1

2.) Bei $\varphi \sim \varphi_{\text{krit.}}$, bei der die Potentialverteilung etwa schwanken wird zwischen $\varphi = \text{const}$ u. $\varphi \sim r$ die Rollkreisschwingungen. Man nutzt im wesentlichen die Radialbewegungen der Elektronen aus, das ist möglich mit dem geschlitzten Magnetron und ungeschlitzten Magnetron.

Bei den Rollkreisschwingungen hat man zwischen zwei verschiedenen Schwingungsmechanismen zu unterscheiden.

1.) Barkhausenschwingungen, die nur im ungeschlitzten Magnetron auftreten. Sie sind dadurch charakterisiert, daß die Laufzeit der Elektronen von der Kathode und zurück zur Kathode gleich der Schwingungsdauer der sich erregenden Frequenz ist. Die Anregung kann im Sinne der Möllerschen Theorie für die Bremsfeldschaltungen durch Anoden- oder Phasenausortierung erfolgen.

2.) Influenzstrom und Lande-stromschwingung. Sie können im ungeschlitzten und mehrgeschlitzten Magnetron auftreten.

Da die Barkhausenschwingungen in der Nähe der kritischen Feldstärke auftreten, wird das Potential je nach der Feldstärke schwanken zwischen $\varphi \sim \text{const}$ und etwa $\varphi \sim r$

Das bedeutet aber, daß auch die Laufzeit der Elektronen erheblich schwanken wird und damit auch die Schwingungsdauer der sie erregenden Frequenz. Aus den Elektronenbahnen kann man entnehmen, daß bei $\varphi \sim \text{const}$ die Elektronen 180° zurücklegen, bevor sie zur Kathode zurückkehren, bei $\varphi \sim r$ bereits 360° . Das bedeutet aber, bei der Einführung der Rungischen Ordnungszahl, Barkhausenschwingungen können auftreten mit einer Ordnungszahl

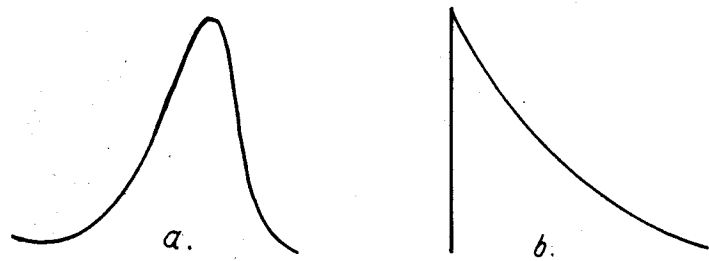
$$1 \leq n \leq 2.$$

Mit der Frequenzbedingung für Barkhausenschwingungen ist aber noch nicht der Anregungsmechanismus erklärt. Es muß nämlich bei der Phasen- oder Anodenaussortierung die Phase der hin- und herpendelnden Raumladung so liegen, daß in dem Schwingungskreis ein Strom induziert wird, der die Schwingungen anfacht.

Das Resultat der durchgeführten Rechnung ist:

- 1.) Phasenaussortierung ist nicht möglich, weil die hin- und herpendelnde Raumladung eine solche Phase hat, daß die Schwingungen gedämpft werden.
- 2.) Anodenaussortierung ist möglich, und zwar ergibt sich, daß bei einer Potentialverteilung $\varphi = \text{const}$ der Strom um 90° der Spannung voreilt. Damit Energie in den Schwingungskreis geliefert werden kann, muß er eine reine Kapazität sein. Dagegen erhält man eine phasenreine Erregung mit einer Potentialverteilung $\varphi \sim r$. Experimentell muß es sich darin bemerkbar machen, daß das eingeschaltete Schwingungslechersystem bei Barkhausenschwingungen als Kapazität wirkt und daß die Resonanzkurve bei Verstimmung keine symmetrische ist, sondern ein Verlauf wie Abb.2 zeigt.

Daß Anoden- und nicht Phasenaussortierung eintritt, ergibt sich experimentell aus dem Befund, daß die Anregung am besten in der Nähe der kritischen Feldstärke ist, wo



a. Resonanzkurve bei phasenreiner Erregung
b. Resonanzkurve bei Kapazitiver Abstimmung

Abb. 2

die Elektronen gerade vor der Anode umkehren.

Der zweite Typus von Rollkreisschwingungen ist die Influenzstrom- und Lande-stromerregung. Diese beiden Schwingungsmechanismen treten im ungeschlitzten und mehrgeschlitzten Magnetron auf. Die Laufzeit ist jetzt nicht mehr gleich der Schwingungsdauer der sich erregenden Frequenz, sondern steht in einem festen Verhältnis dazu, das bedeutet, bei einer bestimmten Ordnungszahl n erregt sich die Influenzstrom- oder die Lande-stromerregung. Diese Ordnungszahl n ist nur abhängig von der Potentialverteilung und der Anzahl der Schlitze. Die Anregungsmöglichkeit ist bereits eingehend von Möller sowie von L ü d e r s und mir bei den mehrgeschlitzten Magnetrons diskutiert. Unter dem Einfluß der an der Anode liegenden kleinen Wechselspannungen ΔU wird die Umkehrentfernung im Rhythmus der angelegten Spannung schwanken. Das bedeutet, daß auch der Ringstrom im Rhythmus der angelegten Spannung atmet. Wegen der Laufzeit wird nun eine Phasenverschiebung zwischen dem atmenden Ringstrom und der angelegten Wechselspannung auftreten. Ist diese Phasenverschiebung 270° , dann läuft der atmende Ringstrom auf die Anode zu, wenn die Spannung negativ ist, d.h. es tritt Anregung ein. Durch Rechnung findet man, daß dann je nach der Potentialverteilung

$$0,66 \leq n \approx 0,82$$

sein muß.

Bei Lande-stromerregung ist die Phasenverschiebung zwischen atmendem Ringstrom und angelegter Wechselspannung 180° . Es gelangen viele Elektronen auf die Anode bei negativer Spannung, wenige

wenige bei positiver Spannung. Diese Landestromerregung entspricht den Müller-Schwingungen bei der Diode. Die Formulierung ist nicht exakt, denn es wird von den Elektronen während der ganzen Laufzeit ein Strom influenziert, gerechtfertigt wird dieser Ansatz durch die gute experimentelle Übereinstimmung zwischen Experiment und Rechnung. Die Rechnung zeigt, daß die Landestromerregung je nach der Potentialverteilung zwischen

$$1,0 \leq n \leq 1,2$$

möglich ist.

Zusammenfassend ergibt sich: Es gibt drei Schwingungstypen:

- 1.) Barhausenschwingungen durch Anodenaussortierung. Diese Schwingungen treten auf am oberen Knick der Kennlinien, Resonanzkurve unsymmetrisch, Schwingungskreis kapazitiv.
- 2.) Influenzstromschwingungen treten auf der ganzen Kennlinie,
- 3.) Landestromschwingungen nur im geraden Teil der Kennlinie auf.

Alle drei Schwingungstypen hängen vom Verhältnis $g/g_{krit.}$

Die Abb.3 zeigt die gemessenen n -Werte. Als Abszisse ist die Feldstärke, als Ordinate die n -Werte aufgetragen. Parameter ist die Anodenspannung. Es entstehen 4 Schwingbereiche. Mit zunehmender Feldstärke bei konstanter Anodenspannung nehmen die n -Werte zu. Der Bereich zwischen $n = 0,9$ und $n = 1$ tritt am unteren Knick auf und ist sehr energieschwach. Sein Anregungsmechanismus konnte bisher nicht gedeutet werden. Wahrscheinlich ist dieser Schwingungstypus eine Art Spiralschwingung. Durch frühere Untersuchungen ¹⁾ wurde nämlich festgestellt, daß die langwelligen Spiralschwingungen im ungeschlossenen Magnetron einer Frequenzbedingung genügen, die gleich der Posthumusfrequenz ist. Die Posthumusfrequenz ist dadurch ausgezeichnet, daß die Elektronen in Kreisen um die Kathode herumlaufen. Die Beschleunigung in der x -Richtung ist Null. Bei quadratischer Potentialverteilung sind aber zwei Werte für die Kreisfrequenz ω möglich. Die eine entspricht der

1) Döhler u. Lüders, Hochfrequenz u. Elak. 58, 289

der Posthumusfrequenz (Leitbahnschwingung), die andere der Rollkreisfrequenz.

Die vier Schwingbereiche im ungeschlitzten Magnetron.

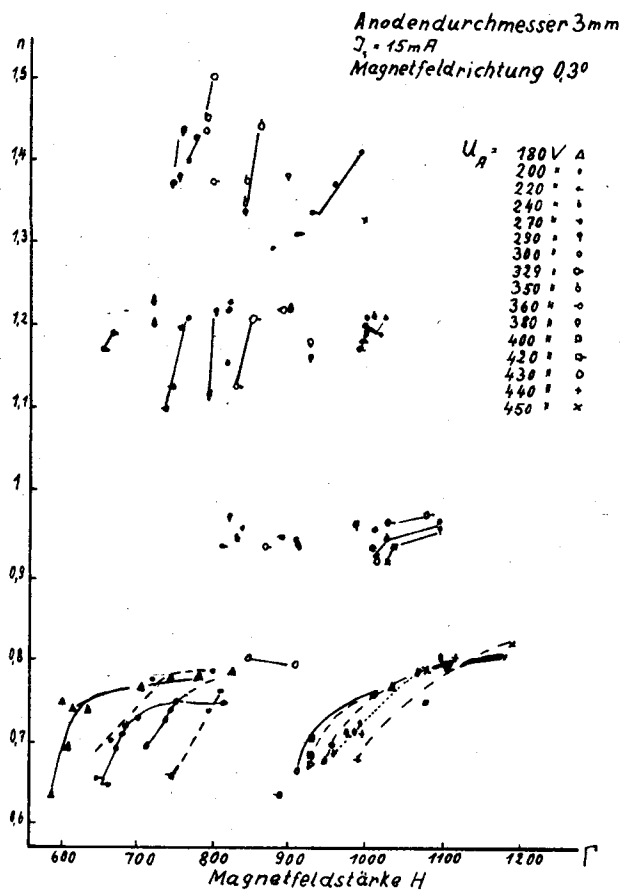
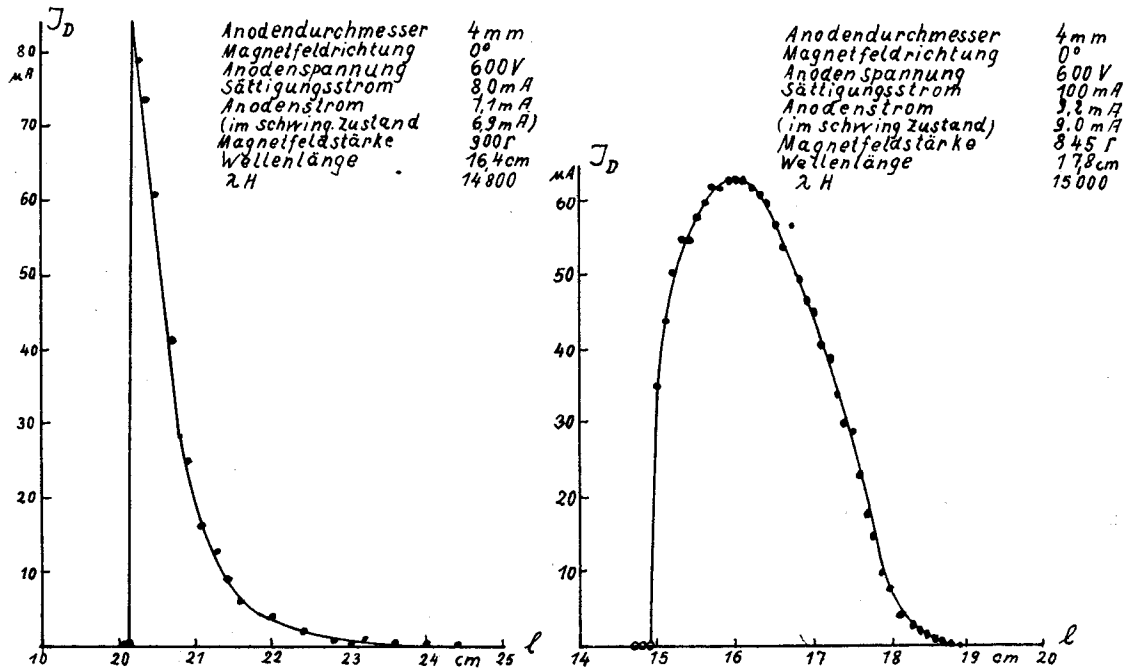


Abb. 3

Es wäre also durchaus denkbar, daß auch eine Spiralschwingung mit der Frequenz entsteht, für die $\omega = \frac{eH}{m}$ ist. Die anderen gemessenen Schwingbereiche stimmen mit den berechneten gut überein. Die Abb.4 zeigt zwei Resonanzkurven der Barkhausenschwingung bei schwacher Raumladung, Daraus ist die Unsymmetrie nach der kapazitiven Seite ersichtlich.

Ein weiterer Beweis für das Vorhandensein verschiedener Schwingungsmechanismen ist das gleichzeitige Auftreten von zwei Schwingungen, deren Frequenzverhältnis nicht ganzzahlig ist. In Abb. 5 ist die $f_A - \gamma$ -Kennlinie aufgetragen, durch Meßpunkte die gefundenen Schwingungen eingezeichnet. Die Zahlen geben die Ordnungszahl n an. Man findet im gekrümmten Teil der Kennlinie nur Barkhausenschwingungen, im geraden Teil der Kennlinie gleichzeitig Lande-stromschwingungen und Barkhausenschwingungen.

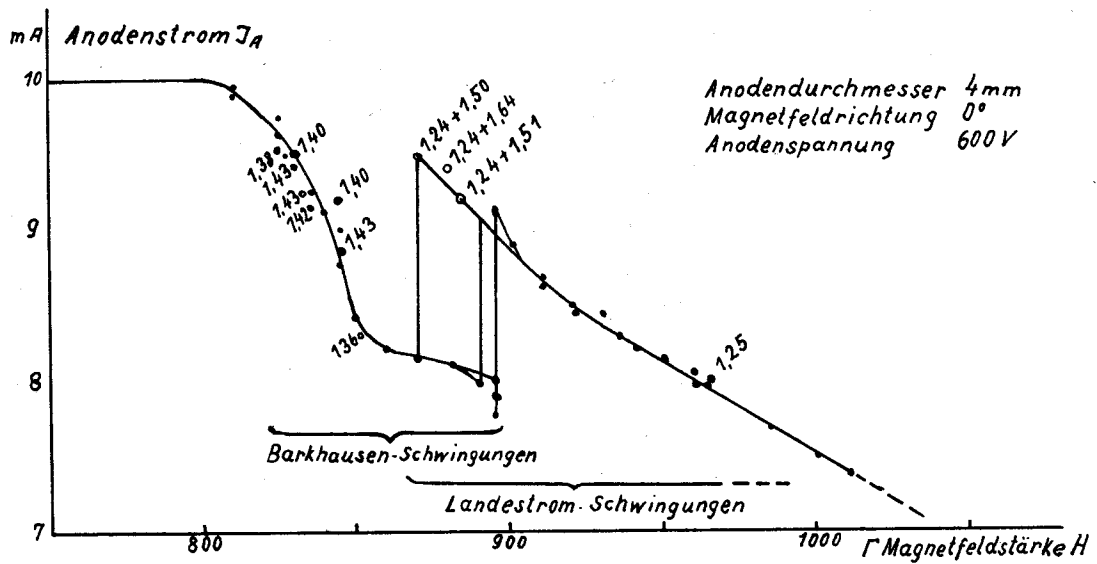


Resonanzkurven von Barkhausen-Schwingungen.

Abb. 4

Ein Vergleich mit den experimentellen Daten in der Literatur ergibt: Die energiereichsten Schwingungen im ungeschlitzten Magneton werden von Rice angegeben, bei $n = 1,5$ als Barkhausenschwingungen. Megaw untersuchte nicht den Barkhausenbereich, wie er vermutete, sondern den Lande-strombereich und gibt fast die gleichen n -Werte an, wie wir sie für die Lande-stromerregung gefunden haben. Klumb gibt n -Werte zwischen $n = 1,3$ und $n = 3,2$ an. Der hohe n -Wert von $3,2$ steht nicht im Widerspruch zu unserer Theorie, aber die Anfachung muß mit hohen n -Werten,

Abb. 5



Die I_A - H -Kennlinie und die auftretenden Barkhausen- und Landestromschwingungen

die identisch sind mit starker Raumladung, abnehmen. Von uns wurden solche hohen n -Werte nicht beobachtet. Wahrscheinlich hat er am unteren Knick eine Anfachung durch Spiralschwingungen erhalten.

Die energiereichste Schwingung ist die Barkhausenschwingung und sollte daher die aussichtsreichste bei der Herstellung sehr kurzer Wellen im ungeschlitzten Magnetron sein.